

Ullacer de les vies del ferrocarril té un coeficient de dilatació tèrmica de $18,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Si a la temperatura de 20°C un carril té una llargària de 140mm, calcula la diferència de llargàries que es produeix entre un dia d'hivern (4°C) i un altre d'estiu (28°C).

① Escrivim les dades

$$\alpha = 18,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T = 20^\circ\text{C}$$

$$\text{Hivern: } \Delta T_H = 4 - 20 = -16 \quad \text{indicar}$$

$$\text{Estiu: } \Delta T_E = 28 - 20 = 8$$

$$L_0 = 140 \text{ mm} = 140000 \text{ mm} \leftarrow \text{sempre vigilar amb les unitats}$$

② Busquem la fórmula per calcular ΔL amb les dades que tenim

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \cdot \Delta T \rightarrow L_f = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

③ Substituim els valors (el d'hivern i el d'estiu)

$$\bullet L_{fH} = L_0 (1 + \alpha \Delta T_H) \Rightarrow 140000 \text{ mm} (1 + 18,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} (-16^\circ\text{C})) = \\ L_{fH} = 139.958,112 \text{ mm}$$

$$\bullet L_{fE} = L_0 (1 + \alpha \Delta T_E) \Rightarrow 140000 \text{ mm} (1 + 18,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} (8^\circ\text{C})) = \\ L_{fE} = 140.020,944 \text{ mm}$$

④ La diferència de llargades s'obtindrà de la resta de L_{fE} i L_{fH}

$$140.020,944 \text{ mm} - 139.958,112 \text{ mm} = \boxed{62,832 \text{ mm}}$$

Si tenim dos objectes amb les característiques següents:

A: Diàmetre $D_A = 30\text{mm}$, llargària $L_A = 1,5\text{m}$

B: amplada $L_{B1} = 10\text{mm}$, alçada $h = 70,68\text{mm}$, llargària $L_{B2} = 1\text{m}$

Diges quin serà més resistent per a aquests esforços:

Esforç	Objecte + resistent	Justificació
Tracció	A i B	Tenen la mateixa secció
Compressió	B	És més curt
Torsió	B	A és rodó
Cisallament	A i B	Tenen la mateixa secció
Flexió	B	Té més cantell i menor longitud

① Classificar les dades. És a dir, calcular les àrees (secció) per poder comparar els dos objectes.

Per saber si seran resistent o no recordem que hem de saber:

- Secció
- Cantell
- Longitud

[A] Àrea: $\pi r^2 = \pi (15\text{mm})^2 = 706,86\text{mm}^2$ (secció)



$L_A = 1,5\text{m}$ (longitud)

$h = D_A = 30\text{mm}$ (cantell)

[saberse la
taula de la
pàg. 167]

[B] Àrea: $L_{B1} \cdot h = 10 \cdot 70,68\text{mm} = 706,8\text{mm}^2$ (secció)



$L_{B2} = 1\text{m}$ (longitud)

$h = 70,68\text{mm}$ (cantell)

• Tracció → aguanta millor el que té la secció més elevada (per tant, els 2)

• Compressió → aguanta millor el que té la secció més elevada i menys longitud (tenen la mateixa secció però B menor longitud: $1\text{m} < 1,5\text{m}$)

• Torsió → aguanta millor el que té la secció més elevada però també afecta la forma (\square millor que O)

• Cisallament → aguanta millor el que té la secció més elevada (els 2)

• Flexió → aguanta millor el que té la secció més elevada, major cantell i menor longitud (Tenen igual secció, B major cantell i B menor long.)

Tenim dues barres d'acer del mateix material, la mateixa secció, però de diferent llargària inicial: $L_1 = 1\text{m}$ i $L_2 = 4\text{m}$, i els apliquem la mateixa força de tracció $F = 2000\text{N}$. La barra curta s'allarga $\Delta L_1 = 30\text{mm}$ i la llarga $\Delta L_2 = 120\text{mm}$. Quins són els allargaments unitaris ϵ_1 i ϵ_2 experimentats per cadascuna de les barres?

① Dibuixem un esquema si cal (aquí no cal) i escrivem les dades

$$1 \rightarrow L_1 = 1\text{m} \\ \Delta L_1 = 30\text{mm} \quad \epsilon_1 ?$$

$$2 \rightarrow L_2 = 4\text{m} \\ \Delta L_2 = 120\text{mm} \quad \epsilon_2 ?$$

$$F = 2000\text{N}$$

② Busquem la fórmula per trobar ϵ_1 i ϵ_2

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

③ Calculem substituint els valors

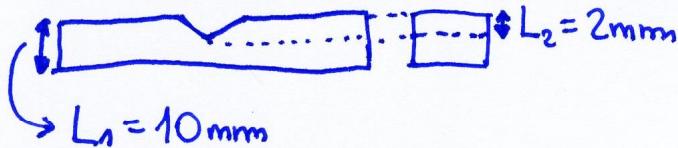
$$\cdot \epsilon_1 = \frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{30\text{mm}}{1000\text{mm}} = 0,03 \xrightarrow{100} 3\% \quad \text{són iguals}$$

$$\cdot \epsilon_2 = \frac{\Delta L_2}{L_2} = \frac{120\text{mm}}{4000\text{mm}} = 0,03 \xrightarrow{100} 3\% \quad \text{han d'estar amb la mateixa unitat sempre}$$

Arrib aquest problema demostrem que encara que els dos s'han allargat una longitud diferent, l'allargament unitari és idèntic perquè es tracta del mateix material.

En un assaig Charpy s'utilitza una proveta de secció quadrada de costats $L_1 = 10\text{mm}$ amb una entalla de $L_2 = 2\text{mm}$. El pèndol assoleix una alçada màxima $h' = 140\text{mm}$ després de trencar la proveta. Calcula quin és el valor de resistència K del material assajat si l'alçada inicial del pèndol era $h = 400\text{ mm}$

① Dibuixar esquemàticament la proveta (si es vol) i escriure les dades



$$h = 400\text{mm} = 0,4\text{m}$$

$$h' = 140\text{mm} = 0,14\text{m}$$

K ?

② Buscar la fórmula per calcular K

$$K = \frac{E_c}{A} \rightarrow \text{no el sabrem, per tant} \rightarrow E_c = m \cdot g \cdot h' - m \cdot g \cdot h$$

perquè una fórmula
per saber-ho

bàsicament és calcular
l'energia consumida fent
la diferència del moment
inicial (amb h') i moment final
(amb h)

③ Substituirem els valors de la fórmula

$$E_c = 22\text{Kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 0,14\text{m} - 22\text{Kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 0,4\text{m}$$

\rightarrow en m perquè tot ha d'estar en mateixes unitats

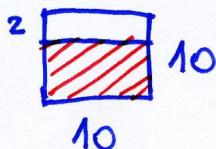
$$E_c = -56,1132\text{J}$$

perquè ha perdut energia. Utilitzarem $|E_c|$

$$K = \frac{|E_c|}{A} = \frac{56,1132\text{J}}{80\text{mm}^2} = 0,70 \text{ J/mm}^2$$



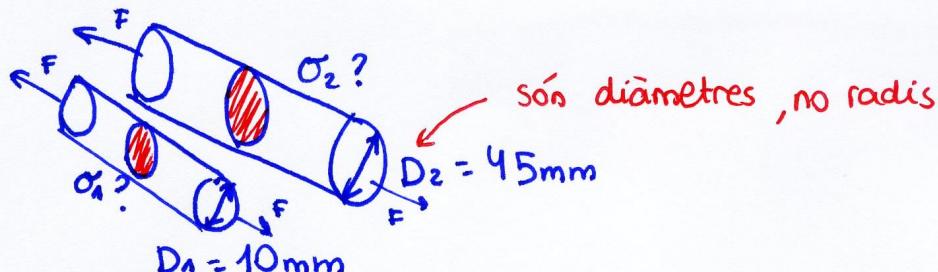
$$A = 10\text{mm} \cdot (10\text{mm} - 2\text{mm}) = 80\text{mm}^2$$



el de l'entalla

Calcularem els esforços σ_1 i σ_2 per a cada una de les barres d'acer de la figura de diàmetres $D_1 = 10\text{mm}$ i $D_2 = 45\text{mm}$, quan els apliquem una força de tracció $F = 2000\text{N}$

① Dibuixem un esquema i escrivim les dades



② Busquem la fórmula per trobar σ

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

③ Calcularem substituint els valors

$$\cdot \sigma_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{2000\text{N}}{\pi r_1^2} = \frac{2000\text{N}}{\pi \cdot (5\text{ mm})^2} = [25,46\text{ MPa}]$$

àrea de la circumferència (àrea de la secció)

$$\cdot \sigma_2 = \frac{F}{A_2} = \frac{2000\text{N}}{\pi r_2^2} = \frac{2000\text{N}}{\pi (22,5\text{ mm})^2} = [1,26\text{ MPa}]$$

Recordar les unitats per a cada magnitud:

- $\sigma \rightarrow \text{N/mm}^2 \text{ o MPa}$
- $A \rightarrow \text{mm}^2$
- $F \rightarrow \text{N}$

Amb aquest problema demostrem que l'esforç és diferent perquè la mateixa força s'aplica sobre diferents seccions. La barra de menys secció està suportant un esforç més gran.